TD 16 : Représentation des entiers naturels

Exercice 1 (Ecriture en base B)

1. Ecrire une fonction `ecriture_base(n,B)` qui retourne la représentation en base `B` ($1 < B \leq 10$) d'un entier naturel `n` quelconque, sous la forme d'une chaîne de caractère.
2. Montrer la terminaison de la fonction.
3. Montrer la correction de la fonction après avoir trouvé un invariant de boucle.
4. Déterminer la complexité temporelle de l'algorithme en fonction de `n`.
5. Ecrire une fonction récursive qui implémente le même algorithme.

Exercice 2 (Hexadécimal)

1. Ecrire une fonction non récursive `hex2bin(ch16_n)` qui prend en argument une chaîne de caractère (sans le préfixe `0x`) représentant un entier positif hexadécimal et qui retourne sa représentation binaire sous la forme d'une chaîne de caractère, sans utiliser les fonctions `ord`, `bin`, `int` ou `format`.
2. Ecrire une fonction `int2hex(n)` qui prend en argument un entier naturel `n` et qui renvoie sa représentation hexadécimale sous la forme de chaîne de caractère.

Exercice 3 (Changement de base)

Ecrire une fonction `change_base(ch_n,B1,B2)` qui transforme l'écriture d'un entier non signé de la base `B1` (sous la forme d'une chaîne de caractère) en son écriture dans la base `B2`. On suppose $B_1 \leq 10$ et $B_2 \leq 10$.

Exercice 4 (Produit binaire)

Soit $(n, m) \in \mathbb{N}^2$. La décomposition en base 2 de `n` s'écrit $n = (b_p b_{p-1} \dots b_1 b_0)_2$.

1. Exprimer le produit nm en fonction de m et des b_k.
2. En déduire un algorithme pour effectuer le produit de 2 nombres représentés en binaire, uniquement à l'aide d'additions, de décalages et de test sur un bit. L'opérateur de décalage est `« : 1 « 4` renvoie $(10000)_2 = (2^4)_{10} = (16)_{10}$.
3. Traduire cet algorithme en une fonction `multiplie(n,m)` qui retourne le produit de 2 entiers non signés.