TD 2 : Boucles, Suite de Syracuse

Exercice 1 (listes)

1. Afficher les entiers impairs compris entre 1 et 10 en utilisant une boucle `for`.
2. Afficher la liste des entiers naturels inférieurs à 100 qui sont divisibles par 7.
3. Demander à l'utilisateur d'entrer au clavier un entier et afficher la liste des 5 plus petits multiples de cet entier qui lui sont strictement supérieurs.

Exercice 2 (calcul de suite)

On s'intéresse à la suite définie par son premier terme $u_0 = 1$, et la relation de récurrence valable pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = cos(u_n)$

1. Écrire un programme permettant de calculer u_{100}.
2. Écrire un programme qui calcule $\displaystyle\sum_{k=0}^{1000} u_k$ et affiche le résultat.

Exercice 3 (suite de Syracuse)

On appelle suite de Syracuse de l'entier naturel n la suite $(u_k)_k$ d'entiers naturels ainsi définie : si $u_0 = n$ est pair alors on le divise par 2, s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. En itérant cette règle, on obtient la suite de Syracuse de l'entier n. Pour 14, on obtient $14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...$
Lorsque 1 est atteint, le cycle $(4, 2, 1)$ se répète.

1. Écrire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer un entier n au clavier puis affiche les termes de la suite de Syracuse jusqu'à ce qu'un terme soit égal à 1.
2. Soit la fonction f qui à l'entier n associe l'indice du premier terme égal à 1. Modifier le programme précédent pour qu'il affiche $f(n)$. Par exemple $f(14) = 17$.
3. Afficher les entiers $n \in [[1, 1000]]$ pour lesquels $f(n) > 170$?
4. Pour combien d'entiers de $[[1, 10000]]$ à t-on $f(n) > 250$?
5. (défi)On définit une suite (m_k) dont le terme général m_k est le plus petit entier tel que $f(m_k) > f(m_{k-1})$. On donner $m_0 = 1$ et $f(m_0) = 0$. Afficher les 20 premiers termes de (m_k). On trouve : $1, 2, 3, 6, 7, 9, 18, 25, 27, 54, 73, ..., 703, 871$. Interpréter la suite (m_k) en langage courant.

Exercice 4 (nombres de Fermet : facultatif)

On définit les nombres de Fermet par $P_n = 2^{2^n} + 1$. Tout diviseur de F_n $(n \geqslant 2)$ est de la forme $k2^{n+2} + 1$ avec $k \in \mathbb{N}$. Trouver le plus petit facteur non trivial de F_5 puis de F_6.