

Chapitre 1

Représentation d'un entier naturel

1 Division euclidienne

La division euclidienne travaille sur des entiers donc on parle aussi de **division entière**.

Définition

La division entière de l'entier a par l'entier b **non nul** définit l'**unique** couple (q, r) tel que

$$a = b \times q + r \quad \text{avec } 0 \leq r < b$$

où q est appelé **quotient** et r **reste**.

L'unicité du couple (q, r) est obtenue grâce à la condition $0 \leq r < b$.

2 Représenter un nombre en base 10, 2, 16...

Définition

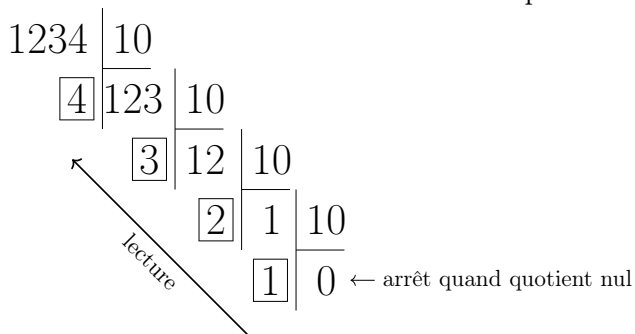
Connaître la représentation d'un nombre dans une base donnée (10, 2, 16 ou plus généralement dans une base B), c'est être capable de donner les chiffres qui composent ce nombre (et ce, dans le bon ordre!).

Les chiffres disponibles pour exprimer dans une base donnée un nombre dépendent de la base :

- en base 2 : ce sont les chiffres 0 et 1
- en base 10 : ce sont les chiffres 0 à 9
- en base 16 : ce sont les chiffres 0 à 9 suivis des lettres A à F (A correspondant à la valeur 10, ...)

2.1 Exemple en base 10

Si on prend le nombre 1234 représenté en base 10, comment peut-on obtenir les chiffres qui le composent ? Par divisions entières successives par 10.



Les divisions euclidiennes successives donnent, via le reste à chaque étape, les chiffres qui composent le nombre du départ **en ordre inverse**. On fait des divisions jusqu'à ce que le **quotient soit nul**.

2.2 Algorithme

Algorithme 1 : représentation d'un entier n dans la base B

Nécessite en entrée : un entier n non nul et une base B

Garantie en sortie : la représentation de l'entier n en base B sous forme d'une série de chiffre

- 1: quotient $\leftarrow n$
 - 2: **Tant que** quotient est non nul **faire**
 - 3: chiffre $\leftarrow$ reste division euclidienne de quotient par B # à sauvegarder
 - 4: quotient $\leftarrow$ quotient division euclidienne de quotient par B
 - 5: **Fin Tant que**
-

Cet algorithme est valable pour n'importe quelle base en remplaçant B par la valeur désirée (2, 10, 16).

Exercice 1

1. trouver la représentation de 17 en base 2 et en base 16
2. trouver la représentation de 182 en base 2 et en base 16

3 Trouver la valeur de n à partir de sa représentation en base B

3.1 Exemple en base 10

On a trouvé que le nombre 1234 était représenté en base 10 pour la suite de chiffres, dans l'ordre, 1, 2, 3 et 4. Comment retrouver la valeur de 1234 à partir de cette suite de chiffres ?

$$1234 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Définition

On appelle **poids** d'un chiffre dans la représentation de n la valeur de sa position, comptée depuis la droite et valant 0 pour le chiffre **unité**.

Le nombre 1234 est représenté en base 10 pour la suite de chiffres, dans l'ordre, 1, 2, 3 et 4 :

- 4 est de poids 0
- 3 est de poids 1
- 2 est de poids 2
- 1 est de poids 3

Algorithme 2 : valeur d'un entier n à partir de sa représentation en base B

Nécessite en entrée : les chiffres de la représentation de n en base B

Garantie en sortie : la valeur de n via la variable **somme**

- 1: $\text{somme} \leftarrow 0$
 - 2: $\text{poids} \leftarrow 0$
 - 3: **Pour** chacun des chiffres en commençant par celui de poids nul à droite **faire**
 - 4: $\text{somme} \leftarrow \text{somme} + \text{chiffre} \times B^{\text{poids}}$
 - 5: $\text{poids} \leftarrow \text{poids} + 1$
 - 6: **Fin Pour**
-

Exercice 2

Reprendre l'exercice précédent et vérifier vos calculs : vous devez retrouver les valeurs initiales à l'aide des représentations obtenues.